

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования,
информационных и обслуживающих технологий
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

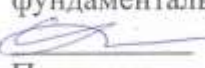
Врио директора Института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий

  Е.А. Журавлева
« 25 » февраля 2026

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине
Методы прикладной статистики

По направлению подготовки 01.04.01 Математика
Магистерская программа –
Квалификация выпускника магистр
Форма обучения очная
Курс 1 курс

Разработчик
заведующий кафедрой
фундаментальной математики
Темникова С.В.
Заведующий кафедрой
фундаментальной математики
 Темникова С.В.

Протокол
от « 17 » января 2025 г., № 6

Луганск, 2026

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины (модуля) «Методы прикладной статистики» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины (модуля).

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изменениями и дополнениями).

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на овладение следующими компетенциями:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Профессиональные	
ПК-1 – Способен применять результаты научных исследований при решении профессиональных задач, самостоятельно осуществлять научное исследование.	ПК-1.1. Умеет математически корректно формулировать и решать основные профессиональные задачи на основе результатов научных исследований в области математики.

1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Виды статистических данных	ПК-1	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• выполнение и защита лабораторных работ;• реферат.
Основы вероятностно-статистических методов описания неопределенностей в прикладной статистике	ПК-1	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• выполнение и защита лабораторных работ;• реферат.
Выборочные исследования	ПК-1	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• выполнение и защита лабораторных работ;• реферат.
Теоретическая база прикладной статистики	ПК-1	<ul style="list-style-type: none">• контрольная работа;• выполнение и защита лабораторных работ;• реферат.
Промежуточная аттестация (1 семестр)	ПК-1	зачет

Описание данных. Модели порождения данных	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Оценивание. Методы оценивания параметров	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Проверка гипотез	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Статистический анализ числовых величин	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Многомерный статистический анализ	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Статистика временных рядов. Методы анализа и прогнозирования временных рядов	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Статистика нечисловых данных	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Статистика интервальных данных	ПК-1	<ul style="list-style-type: none"> • контрольная работа; • выполнение и защита лабораторных работ; • реферат.
Промежуточная аттестация (2 семестр)	ПК-1	экзамен (письменный)

1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код и наименование компетенции	Показатели достижения компетенций (знать, уметь, владеть)
ПК-1 – Способен применять результаты научных исследований при решении профессиональных задач, самостоятельно осуществлять научное исследование.	<p>знать: современный аппарат прикладной статистики;</p> <p>уметь: использовать аппарат прикладной статистики для математически корректной формулировки и решения профессиональных задач на основе результатов научных исследований в области математики;</p> <p>владеть навыками практического использования базовых знаний и методов прикладной статистики для решения традиционных задач с применением современных компьютерных пакетов.</p>

1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Система оценивания учебных достижений студентов очной формы обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
1 семестр	
Выполнение и защита лабораторных работ	60
Реферат	20
Контрольная работа	20
Итого за семестр (зачет):	100
2 семестр	
Выполнение и защита лабораторных работ	30
Реферат	10
Контрольная работа	10
Экзамен (письменный)	50
Итого за семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырех-балльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые	

		виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	D – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	E – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.7. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

2025/2026 учебный год

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

экзамен (письменный) по дисциплине «Методы прикладной статистики»

Код/названия направлений подготовки **01.04.01 «Математика»**

ОФО

2 семестр

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 0

1. Многомерный статистический анализ. Коэффициенты корреляции.
2. Моделирование и анализ многомерных временных рядов. Балансовые соотношения в многомерных временных рядах.
3. Проверить гипотезу об однородности функций распределения с помощью критерия Вилкоксона (на уровне значимости $\alpha=0.05$):

Первая выборка	33	27	12	27	39	42	47	48	50	32
Вторая выборка	11	20	30	31	22	18	17	25	28	29

Утверждено на заседании кафедры фундаментальной математика, протокол
№ от 2025 года.

Заведующий кафедрой
фундаментальной математики

_____ Темникова С.В.

Экзаменатор

_____ Темникова С.В.

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Вопросы для теоретического опроса:

1. Количественные и категоризованные данные. Основные шкалы измерения.
2. Нечисловые данные. Нечеткие множества – частный случай нечисловых данных.
3. Данные и расстояния в пространствах произвольной природы. Аксиоматическое введение расстояний.
4. Основы вероятностно-статистических методов описания неопределенностей в прикладной статистике.
5. Суть вероятностно-статистических методов.
6. Случайные величины и их распределения.
7. Основные проблемы прикладной статистики – описание данных, оценивание и проверка гипотез.
8. Выборочные исследования. Применение случайной выборки (на примере оценивания функции спроса). Маркетинговые опросы потребителей.
9. Проверка однородности двух биномиальных выборок.
10. Теоретическая база прикладной статистики.
11. Описание данных. Модели порождения данных.
12. Таблицы и выборочные характеристики.
13. Шкалы измерения, инвариантные алгоритмы и средние величины.
14. Вероятностные модели порождения нечисловых данных.
15. Средние и законы больших чисел.
16. Непараметрические оценки плотности.
17. Оценивание. Методы оценивания параметров.
18. Одношаговые оценки. Робастность статистических процедур.
19. Проверка гипотез. Метод моментов проверки гипотез. Неустойчивость параметрических методов отбраковки выбросов.
20. Предельная теория непараметрических критериев.
21. Метод проверки гипотез по совокупности малых выборок.
22. Проблема множественных проверок статистических гипотез.
23. Статистический анализ числовых величин. Оценивание основных характеристик распределения.
24. Методы проверки однородности характеристик двух независимых выборок.
25. Двухвыборочный критерий Вилкоксона.
26. Состоятельные критерии проверки однородности независимых выборок.
27. Методы проверки однородности связанных выборок. Проверка гипотезы симметрии.
28. Многомерный статистический анализ. Коэффициенты корреляции.

29. Восстановление линейной зависимости между двумя переменными. Основы линейного регрессионного анализа.
30. Основы теории классификации. Статистические методы классификации.
31. Методы снижения размерности. Индексы и их применение.
32. Статистика временных рядов.
33. Методы анализа и прогнозирования временных рядов. Оценивание длины периода и периодической составляющей.
34. Метод ЖОК оценки результатов взаимовлияний факторов.
35. Моделирование и анализ многомерных временных рядов. Балансовые соотношения в многомерных временных рядах.
36. Статистика нечисловых данных. Структура статистики нечисловых данных.
37. Теория случайных толерантностей.
38. Теория люсианов. Метод парных сравнений.
39. Статистика нечетких множеств.
40. Статистика нечисловых данных в экспертных оценках.
41. Статистика интервальных данных. Основные идеи статистики интервальных данных.
42. Интервальные данные в задачах оценивания характеристик и параметров распределения.
43. Интервальные данные в задачах проверки гипотез.
44. Покажите на примерах, что в задачах принятия решений исходные данные часто имеют интервальный характер.
45. В чем особенности подхода статистики интервальных данных в задачах оценивания параметров?
46. В чем особенности подхода статистики интервальных данных в задачах проверки гипотез?
47. Какие новые нюансы проявляются в статистике интервальных данных при переходе к многомерным задачам?
48. Линейный регрессионный анализ интервальных данных.
49. Интервальный дискриминантный анализ.
50. Интервальный кластер-анализ.
51. Статистика интервальных данных и оценки погрешностей характеристик финансовых потоков инвестиционных проектов. Место статистики интервальных данных (СИД) в прикладной статистике.

Темы для подготовки рефератов

1. Многомерный статистический анализ.
2. Методы анализа и прогнозирования временных рядов.
3. Моделирование и анализ многомерных временных рядов.
4. Статистика нечисловых данных в экспертных оценках.
5. Статистика интервальных данных.
6. Основные проблемы прикладной статистики.
7. Основы вероятностно-статистических методов описания неопределенностей в прикладной статистике.

8. Проблема множественных проверок статистических гипотез.
9. Теория случайных толерантностей.
10. Линейный регрессионный анализ интервальных данных.
11. Интервальный дискриминантный анализ.
12. Интервальный кластер-анализ.
13. Метод ЖОК оценки результатов взаимовлияний факторов.
14. Интервальные данные в задачах оценивания характеристик и параметров распределения.
15. Интервальные данные в задачах проверки гипотез.

Задания для проведения контрольной работы:

Образец варианта контрольной работы

Семестр 1

1. Множественный корреляционный анализ. Модель множественной регрессии. Метод наименьших квадратов.
2. Заданы результаты независимых исследований над системой случайных величин (X, Y) :

$X = x_i$	1	3	8	9	12
$Y = y_i$	4,5	5,1	3,2	6,8	7,5

- 1) вычислить выборочный коэффициент корреляции $\tilde{r}_{X,Y}$;
- 2) построить корреляционное поле зависимости признака Y от X ;
- 3) допуская, что зависимость между X и Y близка к линейной, определить оценки параметров линейной регрессии Y на X и X на Y
- 4) нанести на корреляционное поле прямые регрессии Y на X и X на Y .
3. По статистическому распределению признака X при уровне значимости $\alpha=0,01$ проверить гипотезу о нормальном законе распределения генеральной совокупности.

x_i	5	7	9	11	13	15	17	19	21
m_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

Образец варианта контрольной работы

Семестр 2

1. Методы анализа и прогнозирования временных рядов. Оценивание длины периода и периодической составляющей.
2. Интервальный кластер-анализ.
3. Проверить гипотезу об однородности функций распределения с помощью критерия Вилкоксона (на уровне значимости $\alpha=0.05$):

Первая выборка	34	28	13	28	40	43	48	49	51	33
Вторая выборка	10	19	29	30	21	17	16	24	27	28

Практические задания:

1. Заданы результаты независимых исследований над системой случайных величин (X, Y) :

$X = x_i$	1	3	8	9	12
$Y = y_i$	4,5	5,1	3,2	6,8	7,5

- 1) вычислить выборочный коэффициент корреляции $\tilde{r}_{X,Y}$;
- 2) построить корреляционное поле зависимости признака Y от X ;
- 3) допуская, что зависимость между X и Y близка к линейной, определить оценки параметров линейной регрессии Y на X и X на Y
- 4) нанести на корреляционное поле прямые регрессии Y на X и X на Y .
- 5) рассчитать стандартную ошибку коэффициента корреляции.

2. Смоделировать m экспериментов по схеме Бернулли: эксперимент состоит из n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна p .

№ варианта	m	n	p
1	8	5	0,7
2	9	6	0,6
3	6	4	0,8
4	7	5	0,5
5	9	7	0,65
6	8	6	0,45
7	6	4	0,9
8	8	6	0,55
9	7	5	0,8
10	9	7	0,75

3. Смоделировать m экспериментов, в каждом из которых происходит одно из событий A_1, A_2, A_3, A_4 , которые образуют полную группу: $p_1 = P(A_1)$, $p_2 = P(A_2)$, $p_3 = P(A_3)$, $p_4 = P(A_4)$.

№ варианта	m	p_1	p_2	p_3	p_4
1	8	0,26	0,19	0,35	0,20

2	9	0,19	0,25	0,36	0,20
3	6	0,20	0,24	0,31	0,25
4	7	0,18	0,26	0,32	0,24
5	9	0,19	0,25	0,32	0,24
6	8	0,17	0,27	0,32	0,24
7	6	0,26	0,21	0,30	0,23
8	8	0,23	0,21	0,36	0,20
9	7	0,24	0,21	0,32	0,23
10	9	0,14	0,31	0,32	0,23

4. Смоделировать 4 возможных значения НСВ X , равномерно распределенной на отрезке $[a;b]$.

№ варианта	a	b
1	1	8
2	-2	6
3	-3	9
4	2	7
5	4	10
6	-1	7
7	5	13
8	2	8
9	-3	5
10	-4	6

5. Смоделировать 5 возможных значения НСВ X , распределенной экспоненциально с параметром λ .

№ варианта	λ
1	2,0
2	2,5
3	2,0
4	1,5
5	3,5
6	4,5
7	4,0
8	5,0
9	6,5
10	5,5

6. Смоделировать 4 возможных значения НСВ X , распределенной нормально с параметрами m и σ .

№	m	σ
---	-----	----------

варианта		
1	6	2
2	4	6
3	12	4
4	8	3
5	20	5
6	15	7
7	3	4
8	10	5
9	7	3
10	10	2

7. Используя результаты 100 имитационных прогонов для оценки времени (в мин.) пребывания посетителей в системе:

1) построить интервальный статистический ряд, разбив область реализаций на 8 одинаковых интервалов;

2) вычислить оценки для математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения;

3) построить гистограмму частот.

180+K	188	206	190+K	197	167	198	194	210	176
190	182	160	202	189-K	181+K	200	211-K	188	207-K
									K
176	186	204+K	170	225	190	180	212	200-K	191
174	187	184	200	190	222	210-K	192	183	223-K
									K
197	190+K	178	207	203	174	190	179+K	208	187
173	193	199	211-K	194	207	179	187	171+K	201
177	180	188	198	210+K	190	164	182	200	191
171-K	195	190	166	205	185	217	180	220	191
192	178	208-K	199	155	191-K	180+K	196-K	172+K	187+K
									K
194	12-K	211	190	201	182	220	161	188	215

(K – номер варианта)

8. Используя результаты 100 имитационных прогонов для оценки времени (в мин.) пребывания посетителей в системе:

180+K	188	206	190+K	197	167	198	194	210	176
190	182	160	202	189-K	181+K	200	211-K	188	207-K
176	186	204+K	170	225	190	180	212	200-K	191
174	187	184	200	190	222	210-K	192	183	223-K
197	190+K	178	207	203	174	190	179+K	208	187
173	193	199	211-K	194	207	179	187	171+K	201
177	180	188	198	210+K	190	164	182	200	191
171-K	195	190	166	205	185	217	180	220	191
192	178	208-K	199	155	191-K	180+K	196-K	172+K	187+K
194	12-K	211	190	201	182	220	161	188	215

(К – последняя цифра номера зачетной книжки студента)

- 1) построить интервальный статистический ряд, разбив область реализаций на 8 одинаковых интервалов;
- 2) найти числовые характеристики выборочной совокупности: Mo^* , Me^* , \bar{x} , D , S , σ_B , A_s^* , E_s^* .
- 3) определить гипотетически, какой закон распределения имеет признак X - время (в мин.) пребывания посетителей в системе. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить правильность выдвинутой нулевой гипотезы.
- 4) с надежностью $\gamma = 0,99$ построить доверительный интервал для $X = a$.

9. Плотность вероятности случайной величины ξ имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 1, \\ \frac{1}{4} & \text{при } 1 \leq x \leq b, \\ 0 & \text{при } x > b. \end{cases}$$

Найти: а) параметр b ;

б) математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ ;

в) функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

10. Закон распределения двумерной случайной величины (ξ, ζ) задан таблицей

Rachungen		Ergebnisse	
$\xi \backslash \zeta$	ξ	-1	0
0		0,4	0,2
1		0,1	0,3

Найти:

- а) законы распределения одномерных случайных величин ξ и ζ ;
- б) условные законы распределения случайной величины ξ при условии $\zeta=1$ и случайной величины ζ при условии $\xi=-1$;
- с) ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и ζ .

11. Семь школьников выполняют несколько заданий по математике и физике, которые оцениваются баллами 1-5, затем вычисляется средний балл для каждого школьника по каждому предмету: по математике - x_i , по физике - y_j . Данные представлены в табл.1. Определите, существует ли корреляция (т.е. связь) между этими оценками, вычислив коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

Таблица 1.

Средние баллы по математике
и физике.

Школьник	Средний балл по математике x_i	Средний балл по физике y_i
A	1,8	3,2
B	3,0	2,8
C	3,5	4,0
D	4,0	5,0
E	5,0	3,6
F	3,8	2,4
G	2,0	1,2

12. Проверить гипотезу об однородности функций распределения с помощью критерия Вилкоксона (на уровне значимости $\alpha=0.05$):

Первая выборка	33	27	12	27	39	42	47	48	50	32
Вторая выборка	11	20	30	31	22	18	17	25	28	29

13. Для каждого из $N = 20$ объектов даны значения X_j и Y_j , $j = 1, 2, \dots, N$, результатов измерений (наблюдений, испытаний, анализов, опытов) двух признаков. Необходимо проверить, есть ли значимое различие между значениями двух признаков или же это различие может быть объяснено случайными отклонениями значений признаков. Другими словами, требуется проверить однородность (т.е. отсутствие различия) связанных выборок.

Табл. Исходные данные для
задачи 13.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_j	74	79	65	69	71	66	71	73	72	68
Y_j	73	65	71	69	70	69	78	70	60	62
j	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Задания к лабораторным работам

1 семестр

Лабораторная работа №1

Построение и анализ интервального вариационного ряда

Цель: с помощью надстройки «Анализ данных» и статистических функций приложения Microsoft Excel научиться строить интервальный вариационный ряд, находить его выборочные характеристики, проверять статистические гипотезы.

Задача. Служба маркетинга оценивает дилеров фирмы по объему продаж. Сведения об объеме ежедневных продаж товара (в тыс. ден. ед.) некоторым дилером за последние 100 дней приведены для каждого варианта в прил. 1. Требуется:

1. Построить интервальный вариационный ряд; полигон и гистограмму (на одном рисунке); кумуляту (на другом рисунке).

2. Вычислить выборочные характеристики: среднее, дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду, медиану.

3. Заменяя параметры нормального закона распределения их выборочными характеристиками, скорректированными на поправку Шеппарда, рассчитать и построить графики функции плотности и функции распределения нормального закона, «наложив» эти графики соответственно на полигон и кумуляту.

4. На 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу о нормальном законе распределения объема ежедневных продаж.

5. Предположив нормальность распределения объема продаж, построить 95%-ные интервальные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратичного отклонения.

6. Предположив нормальность распределения объема продаж, на 5%-ном уровне значимости проверить следующие гипотезы:

а) $H_0 : M(X) = [x]$ при альтернативной гипотезе $H_1 : M(X) \neq [x]$ (здесь $[s]$ — целая часть числа s); рассчитать вероятность ошибки второго рода, задавшись альтернативным числовым значением $M(X)$;

б) $H_0 : D(X) = [s_x^2] + 1$ при альтернативной гипотезе $H_1 : D(X) \neq [s_x^2] + 1$ рассчитать вероятность ошибки второго рода, задавшись альтернативным числовым значением $D(X)$.

Лабораторная работа №2

Однофакторный дисперсионный анализ

Цель: научиться составлять детерминированную модель дисперсионного анализа, с помощью надстройки «Анализ данных» и статистических функций приложения Microsoft Excel научиться строить дисперсионную таблицу, оценивать параметры модели и проверять статистические гипотезы.

Задача. Сведения о количестве голосов Y , отданных за кандидата в трех однотипных случайно выбранных избирательных округах, в которых использовались разные виды агитации ($A^{(1)}$ — личные встречи кандидата с избирателями, $A^{(2)}$ — раздача листовок с программой кандидата, $A^{(3)}$ — выступление кандидата по телевидению), приведены для каждого варианта в прил. 2 а.

Требуется:

1. Записать детерминированную модель дисперсионного анализа количества голосов, поданных за кандидата в избирательном округе, и предъявляемые к ней требования. На 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу о равенстве групповых генеральных дисперсий количества голосов, используя критерий Бартлетта.

2. Построить дисперсионную таблицу; на 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу об отсутствии влияния видов агитации на количество голосов, поданных за кандидата.

3. В случае, если эта гипотеза отвергается:

а) оценить влияние видов агитации на количество голосов, используя коэффициент детерминации;

б) на 5%-ном уровне значимости провести попарное сравнение влияния видов агитации.

4. Оценить параметры модели.

Лабораторная работа №3

Двухфакторный дисперсионный анализ

Цель: научиться составлять детерминированную модель двухфакторного дисперсионного анализа, с помощью надстройки «Анализ данных» и статистических функций приложения Microsoft Excel научиться строить дисперсионную таблицу, находить коэффициент детерминации, оценивать параметры модели и проверять статистические гипотезы.

Задача. При исследовании зависимости средней оценки Y по математической статистике в группе от метода обучения ($A^{(1)}$ – традиционный классический, $A^{(2)}$ – компьютерный, $A^{(3)}$ – комбинированный), будущей специальности ($B^{(1)}$ – «Менеджмент организации», $B^{(2)}$ – «Социология») и их взаимодействия было выделено случайным образом 18 групп, которые приписывались в равных количествах шести комбинациям методов и специальностей. Знания оценивались тестом, состоящим из 120 вопросов. Сведения о среднем числе правильных ответов в группах приведены для каждого варианта в прил. 2 б.

Требуется:

1. Записать детерминированную модель двухфакторного дисперсионного анализа (с повторениями) средней оценки по математической статистике в группе и предъявляемые к модели требования; проверить гипотезу о равенстве групповых генеральных дисперсий.

2. Построить дисперсионную таблицу; на 5%-ном уровне значимости проверить гипотезы об отсутствии влияния на среднюю оценку: метода обучения; будущей специальности; взаимодействия метода обучения и будущей специальности.

3. При отклонении каких-либо из перечисленных гипотез рассчитать соответствующий коэффициент детерминации.

4. Оценить параметры модели.

2 семестр

Лабораторная работа №1

Парная корреляция и регрессия

Цель: с помощью надстройки «Анализ данных» и статистических функций приложения Microsoft Excel научиться исследовать по корреляционной таблице связи между компонентами двумерной случайной величины и зависимости одной величины от другой.

Задача. Исследуется связь между расходами дилеров некоторой компании на рекламу продукции (X , тыс. ден. ед.) и их объемами продаж (Y , тыс. ден. ед.) и зависимость объема продаж Y от расходов на рекламу X . Сведения по 60 случайно отобраным дилерам сгруппированы в корреляционную таблицу и приведены для каждого варианта в прил. 3.

Требуется:

1. Выяснить, существует ли корреляционная зависимость объема продаж Y от величины расходов на рекламу X . Для этого необходимо:

а) построить поле корреляции; вычислить групповые средние $\bar{y}_{x'}$ – средние объемы продаж для указанных в корреляционной таблице интервалов расходов на рекламу; на том же графике построить линию групповых средних — линию, соединяющую точки $(x'; \bar{y}_{x'})$, где x' – центр соответствующего интервала значений расходов на рекламу x ;

б) используя случайную модель однофакторного дисперсионного анализа, проверить гипотезу об отсутствии влияния интервала вложенных в рекламу средств на объем продаж;

в) при отклонении гипотезы оценить влияние величины вложенных в рекламу средств на объем продаж, используя корреляционное отношение $\rho(Y|X)$ и коэффициент детерминации $\rho^2(Y|X)$.

2. Исследовать правомерность предположения о линейности корреляционной связи между X и Y . Для этого:

а) вычислить оценку $\hat{r}(X, Y)$ коэффициента корреляции $r(X, Y)$ и оценку $\hat{r}^2(X, Y)$ коэффициента линейной детерминации $r^2(X, Y)$; предположив нормальность распределения случайной величины (X, Y) , на 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу $H_0: r(X, Y) = 0$ при альтернативной гипотезе $H_1: r(X, Y) \neq 0$; при отклонении H_0 дать содержательную интерпретацию $\hat{r}(X, Y)$ и $\hat{r}^2(X, Y)$;

б) найти оценки \hat{a}_0, \hat{a}_1 и s_{ELR} параметров a_0, a_1 и σ_{ELR} модели линейной регрессии $Y = a_0 + a_1x + \varepsilon$, (где $\varepsilon = N(0; \sigma_{ELR})$) и прямой линией $\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1x$ «выровнять» линию групповых средних \bar{y}_x ;

в) на 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу $H_0: a_1 = 0$ при альтернативной гипотезе $H_1: a_1 \neq 0$; при отклонении H_0 :

- дать содержательную интерпретацию коэффициента \hat{a}_1 ;

- построить 95%-ную интервальную оценку параметра a_1 и дать содержательную интерпретацию ее границ; построить 95%-ную интервальную оценку параметра a_0 ;

- дать точечные и 95%-ные интервальные прогнозы генерального среднего объема продаж и объема продаж для центров интервалов расходов на рекламу; найденные интервальные прогнозы изобразить на том же графике, на котором изображено поле корреляции.

г) на 5%-ном уровне значимости проверить гипотезу о линейности функции регрессии Y на x .

Лабораторная работа №2

Множественный линейный регрессионный анализ

Цель: с помощью надстройки «Анализ данных» и статистических функций приложения Microsoft Excel научиться применять алгоритм пошагового исключения регрессоров.

Задача. Изучается линейная (в среднем) зависимость результативного признака Y от пяти факторных признаков — регрессоров $x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(5)}$ по числовым данным, собранным на $n = 52$ объектах. Варианты результативного признака, регрессоров и их числовые значения приведены для каждого варианта в прил. 4.

Требуется:

1. Записать модель множественного линейного регрессионного анализа признака Y , предъявляемые к ней требования и соответствующую функцию регрессии.

2. Рассчитать с помощью программы «Корреляция» матрицу (6×6) оценок коэффициентов парной корреляции между признаками и сделать вывод о силе линейной связи результативного признака с каждым из регрессоров и о силе линейной связи каждой пары регрессоров. Найти коллинеарные регрессоры (на практике коллинеарными считаются такие регрессоры, коэффициент корреляции между которыми по модулю больше 0,7 – 0,8).

3. Вычислить оценки $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \hat{a}_5$ и s_{ELR} параметров модели множественной линейной регрессии, где с помощью программы «Регрессия» с «Выводом остатка», приняв уровень надежности равным 95%; записать уравнение регрессии и его стандартную ошибку (s_{ELR}); используя «Остатки», вычислить среднюю относительную ошибку аппроксимации δ ; привести формулы расчета показателей «Регрессионной статистики», пояснив их смысл.

4. Предположив выполнение условий линейного регрессионного анализа:

а) оценить статистическую значимость уравнения регрессии (проверить на 5%-ном уровне значимости гипотезу $H_0: a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0$, используя для этого в таблице «Дисперсионный анализ» F-статистику и значимость F — рассчитанный уровень значимости; привести алгоритм заполнения таблицы «Дисперсионный анализ»;

б) оценить статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии (проверить на 5%-ном уровне значимости гипотезы $H_0^{(j)}: a_j = 0$ при альтернативных гипотезах $H_0^{(j)}: a_j \neq 0; j = 1, 2, 3, 4, 5$), используя для этого: t -статистику, P -значение — рассчитанный уровень значимости, 95%-ную интервальную оценку параметра a_j .

5. При наличии в уравнении регрессии хотя бы одного незначимого коэффициента исключить тот регрессор, при котором коэффициент незначим, а соответствующая этому коэффициенту величина P -значения является наибольшей (или, иначе, значение модуля соответствующей t -статистики является наименьшим). Выполнить пп. 3 – 4 с оставшимися регрессорами. Процедуру пошагового исключения регрессоров продолжать до тех пор, пока не будет получено значимое уравнение регрессии со значимыми коэффициентами.

Систематизировать результаты пошаговой регрессии, выписав для каждого шага:

- уравнение регрессии $\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} + \hat{a}_2 x^{(2)} + \dots + \hat{a}_k x^{(m)}$
- коэффициент линейной детерминации \hat{R}^2 (R -квадрат), нормированный \tilde{R}^2 (нормированный R -квадрат), стандартную ошибку s_{ELR} , ошибку аппроксимации δ , значение F -статистики и критическую точку $f_{0,05;k;n-k-1}$, найденную с помощью функции ФРАСПОБР;
- под оценками \hat{a}_j параметров a_j — 95%-ные доверительные интервалы для этих параметров;
- под доверительными интервалами — числовые значения t -статистик и критическую точку $f_{0,05;n-m-1}$, найденную с помощью функции СТЬЮД_РАСПОБР;
- под значениями t -статистик — соответствующие P -значения.

6. Выбрать лучшее уравнение и, используя его, ответить на следующие вопросы:

а) Какой процент выборочной дисперсии признака Y обусловлен линейным влиянием включенных в уравнение регрессоров?

б) Каковы точечная и 95%-ная интервальная оценки генерального среднего значения признака Y при значениях регрессоров на первом объекте?

в) Увеличение какого регрессора на единицу его измерения (при неизменных значениях других регрессоров) ведет к наибольшему изменению среднего значения результативного признака; увеличение какого регрессора на единицу его измерения (при неизменных значениях других регрессоров) ведет к наибольшему максимально возможному с 95%-ной вероятностью изменению среднего значения результативного признака?

г) Увеличение среднего значения какого регрессора на 1% (по отношению к его значению) при неизменных значениях других регрессоров ведет к наибольшему процентному изменению среднего значения результативного признака (по отношению к его среднему значению); увеличение среднего значения какого регрессора на 1% (по отношению к его среднему значению) при неизменных значениях других регрессоров ведет к наибольшему максимально возможному с 95%-ной вероятностью процентному изменению среднего значения результативного признака?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Выделение трендовой составляющей временного ряда

Цель: с помощью приложения Microsoft Excel научиться выделять трендовую составляющую временного ряда.

Исходные данные. В таблице приведены значения урожайности зерновых хозяйства «Весна» Ивановского района за 14 лет, ц/га.

Год	2006	2007	2008	2009	2010	2012	2013
Урожайность	17.9	19.5	30.1	26.7	31.0	28.4	20.0
Год	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Урожайность	24.7	26.9	21.3	28.6	27.7	30.0	22.9

Необходимо:

1. Используя команду *Добавить линию тренда* построить следующие модели для трендовой составляющей:

$$\hat{t}_1(\tau) = b_0 + b_1\tau;$$

$$\hat{t}_2(\tau) = b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2;$$

$$\hat{t}_3(\tau) = b_0 + b_1\tau + b_2\tau^2 + b_3\tau^3.$$

2. Для каждого уравнения вычислить коэффициенты, индекс детерминации R_t^2 , приведенный индекс детерминации \hat{R}_t^2 .

3. Занести в следующую таблицу (на том же листе Excel) уравнение тренда и вычисленные значения R_t^2 , \hat{R}_t^2 .

Уравнение	R_t^2	\hat{R}_t^2

4. Анализируя величины R_t^2, \hat{R}_t^2 , найти наилучшую модель $\hat{t}_{opt}(\tau)$ трендовой составляющей.

5. Построить графики значений $y_i, \hat{t}_{opt}(\tau), e_i$.

6. Проверить возможность замены нелинейного тренда $\hat{t}_3(\tau)$ линейной функцией $\hat{t}_1(\tau)$.

7. Используя наилучшую модель тренда, осуществить прогноз урожайности на следующие годы: 2021, 2022, 2023.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Исследование модели трендовой составляющей временного ряда

Цель: с помощью приложения Microsoft Excel научиться исследовать модели трендовой составляющей временного ряда.

Исходные данные. В лабораторной работе № 1 по выборке, представленной в таблице, построена модель тренда $\hat{t}_{opt}(\tau)$ (для этой модели приведенный индекс детерминации \hat{R}_t^2 имеет максимальное значение среди всех остальных рассмотренных моделей).

Необходимо:

1. Вычислить для модели $\hat{t}_{opt}(\tau)$ ряд остатков $e_i = y_i - \hat{t}_{opt}(\tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

2. Построить на одном рисунке графики $y_i, \hat{f}_{opt}(\tau_i), e_i$.
3. Проверить гипотезу о нулевом математическом ожидании остатков e_i .
4. Используя критерий поворотных точек, проверить гипотезу о случайности значений остатков e_i .
5. Используя тест Дарбина–Уотсона, проверить гипотезу о независимости между собой остатков e_i .
6. В зависимости от результатов проверки статистических гипотез п. 3–5 сделать аргументированный вывод об адекватности построенной модели и ее пригодности для решения задач прогнозирования.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Прогнозирование трендовой составляющей временного ряда

Цель: с помощью приложения Microsoft Excel научиться прогнозировать трендовую составляющую временного ряда.

Исходные данные. В таблице лабораторной работы № 1 приведены значения урожайности зерновых за 14 лет, ц/га.

Необходимо:

1. По данным таблицы построить модель линейного тренда вида $\hat{f}(\tau) = b_0 + b_1\tau$.
2. Вычислить по этой модели точечный прогноз для 2021– 2027 годов.
3. Вычислить интервальный прогноз для 2021– 2027 годов.
4. На одном рисунке построить графики $y_i, \hat{f}_{opt}(\tau_i)$ точечного и интервального прогноза.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

Вычисление параметров модели AR(1) возмущений временного ряда

Цель: с помощью приложения Microsoft Excel научиться вычислять параметры модели AR(1) возмущений временного ряда.

Исходные данные. Значения временного ряда $x_i, y_i, i = 1, \dots, 15$ приведены в столбцах А, В фрагмента документа, показанного на рисунке.

	A	B	C	D	E	F	G
1	τ_i	y_i	\hat{t}_i	$=-29+21,61 \cdot A2-2,86 \cdot A2^2$			
2	2	3,92	2,78	1,14		1,30	
3	2,1	4,2	3,77	0,43	$=D2^2$	0,19	
4	2,2	4,06	4,70	-0,64		0,41	
5	2,3	3,51	5,57	-2,06		4,26	
6	2,4	5,26	6,39	-1,13		1,28	
7	2,5	6,05	7,15	-1,10		1,21	
8	2,6	7,3	7,85	-0,55		0,31	
9	2,7	9,71	8,50	1,21		1,47	
10	2,8	9,57	9,09	0,48		0,23	
11	2,9	9,99	9,62	0,37		0,14	
12	3	10,34	10,09	0,25		0,06	
13	3,1	10,84	10,51	0,33		0,11	
14	3,2	11,12	10,87	0,25		0,06	
15	3,3	9,84	11,17	-1,33		1,76	
16	3,4	10,78	11,41	-0,63		0,40	
17				-0,198	0,421	0,879	
18	$\bar{\mu} =$	0,479				$=\text{СУММ}(F2:F16)/15$	
19	$\hat{\sigma}^2 =$	0,678	$=\text{СУММ}(D2:D16)/15$	$=\text{КОВАР}(D2:D15;D3:D16)$			

Необходимо:

Оценить параметры μ , σ^2 авторегрессионной модели возмущений.

Для этого:

1. Первоначально по данным $\tau_i, y_i, i = 1, \dots, 15$, используя режим *Регрессия*, выделить трендовую составляющую, которая описывается уравнением.
2. По полученному уравнению вычислить значения $t_i = \hat{t}(\tau_i)$ и значения $e_i = y_i - \hat{t}_i$.
3. Вычислить оценки μ , σ^2 .

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Вычисление коэффициентов автокорреляции

Исходные данные. В таблице представлены данные, отражающие динамику курса акций некоторой компании (в условных единицах).

i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	971	1166	1044	907	957	727	752
i	8	9	10	11	12	13	14
y_i	1019	972	815	823	1112	1386	1428
i	15	16	17	18	19	20	21
y_i	1364	1241	1145	1351	1325	1226	1189

Необходимо:

1. Вычислить выборочные коэффициенты автокорреляции $r(l)$ для лагов $l = 1, 2, 3, 4$.
2. Вычислить выборочный частный коэффициент автокорреляции первого порядка $r_{\text{част}}(2)$.
3. Проверить значимость коэффициента $r_{\text{част}}(2)$.
4. Сделать обоснованный вывод о порядке авторегрессионной

модели для исследуемого временного ряда.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

В таблице приведены данные об урожайности озимой пшеницы за 10 лет, ц/га.

Годы \square_i	1	2	3	4	5
y_i	16.3+N	20.2+N	17.1+N	9.2+N	15.3+N
Годы \square_i	6	7	8	9	10
y_i	16.7+N	19.9+N	14.4+N	18.7+N	20.7+N

Примечание. N – последняя цифра в номере зачетной книжки.

Необходимо:

1. Построить график значений временного ряда.
2. Вычислить среднее значение и дисперсию.
3. Вычислить коэффициенты автокорреляции для лагов $l \square 1, 2, 3$ и построить коррелограмму.
4. Сделать обоснованные выводы о структуре исследуемого временного ряда.
5. Выполнить исследования временного ряда на наличие аномальных наблюдений.
6. Выполнить исследования временного ряда на наличие неслучайной составляющей (используя соответствующие режимы пакета *Анализ данных* табличного процессора Excel).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Исходные данные для построения интервального вариационного ряда, оценивания нормального закона распределения и его параметров

1	0,91	0,62	1,07	1,38	1,36	1,52	0,34	0,93	1,33	0,67	0,79	0,49	0,45	0,71	0,77	0,36	0,83	0,88	1,04	0,89
	0,90	0,89	1,40	0,97	0,94	0,85	1,59	1,26	1,71	0,80	1,50	0,52	1,16	1,27	1,58	0,97	0,84	1,20	0,89	1,23
	0,57	0,75	0,54	0,89	0,99	1,01	0,90	1,66	0,48	0,78	0,23	1,43	0,62	0,80	1,23	1,14	1,26	1,18	0,59	0,67
	1,21	1,10	0,72	0,93	1,04	1,17	1,04	0,73	1,57	1,15	1,02	1,25	1,26	0,81	0,72	1,33	0,64	0,53	1,21	1,19
	1,66	1,43	1,39	1,03	1,00	1,14	0,99	0,68	0,47	1,25	1,13	1,19	1,06	0,69	1,37	0,91	0,75	0,75	0,87	0,86
2	2,39	1,80	1,91	1,64	1,91	0,66	1,92	1,20	2,09	2,30	2,79	1,63	1,55	2,09	1,86	1,88	2,95	2,02	1,91	3,10
	1,62	2,76	1,99	1,96	2,97	2,22	2,26	1,86	2,41	1,96	1,56	1,34	2,12	1,41	3,16	1,92	1,05	1,80	2,57	1,77
	1,61	1,18	2,19	1,90	2,34	1,62	1,79	2,17	1,80	2,13	0,52	1,96	2,15	3,27	1,08	1,06	0,62	2,70	3,42	1,77
	1,40	2,33	2,40	1,49	2,49	2,40	1,88	1,07	2,61	2,46	1,79	1,59	2,52	2,21	2,33	3,25	2,16	1,34	2,29	1,26
	2,34	1,91	2,18	2,21	2,08	1,84	1,19	3,27	2,96	2,63	1,11	1,33	2,32	2,04	1,99	2,10	0,87	1,85	1,44	1,40
3	2,54	3,42	3,32	2,92	2,90	3,81	1,47	1,46	3,52	4,64	1,52	4,12	3,87	3,82	2,53	2,98	3,36	2,95	5,26	2,24
	3,65	3,55	3,60	3,63	3,22	3,58	1,73	1,34	4,03	4,33	2,94	4,01	3,25	1,74	3,29	3,08	2,90	2,81	3,95	3,20
	3,41	3,67	2,34	3,29	3,16	3,00	2,89	3,72	3,15	2,55	4,71	2,86	3,71	3,33	2,97	4,38	2,76	3,74	2,25	4,03
	2,96	2,79	0,51	3,52	3,65	2,94	1,00	2,42	4,05	3,12	3,21	3,61	3,18	2,65	2,50	2,13	3,20	2,35	3,72	2,94
	2,80	5,11	2,76	2,62	3,98	2,60	1,63	1,97	3,20	2,76	3,03	3,50	2,83	4,14	2,93	3,93	3,76	1,17	3,12	3,33
4	4,95	4,03	4,16	5,09	3,10	4,78	3,64	2,96	3,02	3,61	2,64	1,44	4,55	5,11	3,04	3,83	3,61	4,77	4,28	3,85
	3,52	4,27	4,18	4,12	3,74	3,53	3,54	2,08	5,85	3,62	2,47	3,79	4,25	2,97	2,76	3,66	3,81	3,37	3,28	3,69
	3,09	4,39	5,11	3,56	5,47	5,68	3,51	5,39	3,62	4,12	4,53	2,37	5,07	6,73	2,36	3,59	6,53	4,65	3,92	5,59
	3,15	3,57	2,61	3,99	4,85	3,20	2,52	3,90	3,58	1,06	5,22	2,90	4,48	3,06	5,06	6,24	5,21	2,79	6,73	5,86
	5,89	3,27	2,03	4,12	4,61	4,21	5,10	3,42	6,01	4,17	1,84	4,69	5,18	5,79	6,09	3,78	3,76	4,37	5,21	2,04
5	5,73	5,87	3,14	4,29	5,37	4,77	3,35	3,11	4,45	5,49	5,89	3,70	5,12	5,97	5,26	6,61	5,95	3,45	4,53	7,68
	6,98	7,99	5,16	5,28	5,35	6,26	3,22	5,68	7,57	4,26	8,23	3,99	5,44	4,69	5,56	5,25	7,80	6,69	5,12	6,62
	3,77	6,67	3,88	4,18	5,43	6,08	5,12	4,56	4,44	4,38	6,03	6,09	4,60	5,77	3,43	4,92	5,68	4,24	7,00	5,53
	4,00	3,91	5,39	5,99	5,13	2,89	4,91	4,58	3,99	5,66	5,13	5,62	4,37	1,40	6,09	2,54	4,65	5,17	4,97	3,02
	7,00	4,16	3,51	5,23	5,68	6,08	5,19	4,91	1,90	4,64	6,20	5,92	9,01	4,43	2,34	5,32	2,14	3,79	4,36	6,51
6	5,11	3,18	9,57	6,29	7,43	6,67	6,16	7,72	5,90	4,02	4,90	5,03	4,31	5,80	2,25	4,06	7,24	4,56	7,02	7,31
	8,42	4,12	4,41	1,79	6,58	5,16	7,18	3,15	6,31	6,25	8,29	7,73	2,84	4,67	4,54	4,12	6,68	7,94	6,36	5,55
	5,36	6,37	9,46	3,49	3,58	2,63	8,39	8,21	5,81	6,63	6,77	7,18	8,60	8,32	6,53	5,73	8,37	6,72	6,18	4,93
	2,98	7,88	5,57	5,50	5,16	8,36	5,79	3,82	3,64	3,96	2,18	3,88	7,62	4,97	11,04	6,63	5,94	7,41	5,46	6,11
	6,38	6,35	7,05	5,85	6,26	4,76	8,90	3,80	6,46	5,27	5,99	5,40	7,66	6,03	3,44	7,08	5,85	5,53	2,31	7,46
7	4,85	7,15	7,40	5,27	7,69	4,00	4,59	7,77	3,40	7,69	4,22	8,90	6,79	4,24	10,96	4,20	8,31	7,23	4,81	12,19
	8,00	8,86	8,25	9,89	7,56	4,30	6,14	8,07	4,85	6,73	6,30	5,46	4,46	7,17	5,02	8,70	4,59	7,76	8,54	4,84
	9,19	5,81	7,82	5,67	7,77	5,94	3,86	7,27	5,53	10,10	7,05	7,22	7,15	7,68	8,32	10,75	9,26	5,43	3,66	10,65
	2,89	4,98	5,39	7,54	6,26	5,86	7,77	6,09	3,30	4,44	5,57	7,03	3,81	9,78	8,53	7,95	2,98	7,67	8,14	8,78
	4,61	10,14	8,73	2,63	6,99	6,18	5,27	4,43	6,34	9,37	5,93	6,37	4,73	12,84	5,43	3,63	8,35	7,18	3,77	9,14
8	7,12	9,42	7,35	8,61	6,35	6,46	8,81	11,78	6,09	10,73	9,59	6,52	9,09	10,23	11,22	8,92	5,43	11,24	6,30	9,36
	6,73	10,57	9,54	7,56	10,03	8,23	9,57	7,44	7,72	4,71	9,55	4,27	11,34	7,24	1,91	6,89	8,66	12,65	11,43	6,69
	11,64	3,03	7,66	8,14	8,34	5,13	8,23	6,45	9,83	9,58	4,69	7,41	9,75	6,27	4,62	8,02	9,62	10,20	8,61	8,09
	10,21	10,15	7,38	8,90	8,30	7,65	7,96	4,17	2,52	7,04	10,92	9,08	7,54	6,79	7,40	12,19	3,71	6,10	12,36	10,36
	7,54	10,03	8,04	8,74	10,42	5,99	7,62	5,96	10,14	10,19	5,02	6,35	8,45	8,66	5,77	9,87	8,47	5,99	6,55	10,15
9	10,31	12,30	10,01	8,55	13,49	5,55	16,47	8,46	12,20	9,55	12,50	6,70	9,01	9,73	14,79	3,82	5,74	8,79	7,39	9,76
	10,68	7,56	8,00	11,20	9,41	10,99	11,88	6,52	11,04	11,83	12,01	4,46	8,55	7,01	7,33	8,66	10,87	9,53	9,25	13,58
	9,48	7,87	4,25	12,10	6,89	6,34	7,91	8,59	10,15	10,05	9,73	11,23	6,19	9,57	9,21	7,03	5,57	7,23	13,44	9,43
	10,01	5,85	9,41	4,51	8,62	7,96	11,69	11,01	6,67	9,02	10,22	12,27	9,15	13,36	10,61	9,84	9,58	6,49	5,24	8,74
	6,27	10,50	6,92	8,40	8,65	10,41	11,13	10,78	9,05	12,67	7,23	6,17	8,35	7,29	2,83	10,04	4,53	9,09	11,44	7,44
10	10,30	12,87	12,80	13,40	8,09	6,87	13,08	10,61	11,40	10,79	8,60	12,11	4,06	14,75	7,28	10,35	9,94	7,56	13,96	7,87
	10,33	9,79	9,26	7,57	8,09	9,19	9,97	5,99	14,39	6,14	9,21	17,57	9,86	9,51	5,21	5,32	2,53	6,64	12,86	6,18
	14,17	13,55	8,78	11,10	16,11	13,75	15,09	6,38	12,90	14,68	12,20	9,99	7,33	9,38	10,22	7,61	8,50	9,86	9,14	9,87
	2,00	12,05	13,38	4,34	11,62	11,24	3,21	8,50	13,23	14,14	4,28	6,44	7,90	7,28	9,59	12,86	9,07	9,64	5,99	5,02
	11,64	7,13	13,12	15,07	11,22	10,98	10,80	6,71	8,33	11,34	7,84	7,22	11,19	7,94	6,63	12,36	10,24	12,51	5,56	11,93

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Исходные данные для дисперсионного анализа

а) Однофакторный дисперсионный анализ

Варианты № $1 + i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$)

$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$
63	65	79
63	68	79
64	69	80
72	79	$85 + i$
73		$84 + i$
		$84 + i$

Варианты № $7 + i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$)

$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$
40	40	$45 + i$
41	51	$55 + i$
39	52	$60 + i$
52	61	$65 + i$
56	69	
60		

б) двухфакторный дисперсионный анализ

Варианты № $1 + i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$)

$A \backslash B$	$B^{(1)}$			$B^{(2)}$		
	$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$	$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$
$A^{(1)}$	65	60	65	62	60	59
$A^{(2)}$	62	63	60	58	58	58
$A^{(3)}$	$52 + i$	$51 + i$	$50 + i$	51	52	50

Варианты № $7 + i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$)

$A \backslash B$	$B^{(1)}$			$B^{(2)}$		
	$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$	$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	$A^{(3)}$
$A^{(1)}$	53	54	55	56	58	59
$A^{(2)}$	65	67	68	75	78	79
$A^{(3)}$	78	79	80	$83 + 5i$	$84 + 5i$	$85 + 5i$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Исходные данные для парного корреляционно-регрессионного анализа

1

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	2	1			3
[1,8; 2,7)		11	6	1	18
[2,7; 3,6)		1	20	2	23
[3,6; 4,5)			1	9	10
[4,5; 5,4)				4	4
[5,4; 6,3)				1	1
	2	13	27	17	1
					60

6

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	4	2			6
[1,8; 2,7)	3	7	6		16
[2,7; 3,6)		4	12	2	17
[3,6; 4,5)			2	14	16
[4,5; 5,4)				2	2
[5,4; 6,3)					2
	7	13	20	18	2
					60

2

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	1				1
[1,8; 2,7)	2	2	4		8
[2,7; 3,6)		9	22	5	36
[3,6; 4,5)		3	5	3	12
[4,5; 5,4)				2	2
[5,4; 6,3)				1	1
	3	14	31	89	4
					60

7

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	2				2
[1,8; 2,7)	1	7	1		9
[2,7; 3,6)	1	16	3		20
[3,6; 4,5)		5	12		17
[4,5; 5,4)			3	3	7
[5,4; 6,3)			3	1	5
	4	28	22	4	2
					60

3

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	5	2	3		10
[1,8; 2,7)		11	16	2	29
[2,7; 3,6)		3	9	2	14
[3,6; 4,5)		1	2	1	4
[4,5; 5,4)			1	1	2
[5,4; 6,3)					1
	5	17	31	6	1
					60

8

X					
Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)
[0,9; 1,8)	1	5	3		9
[1,8; 2,7)	10	7	3	1	21
[2,7; 3,6)		12	13		25
[3,6; 4,5)			2	1	3
[4,5; 5,4)					1
[5,4; 6,3)					1
	11	24	21	2	2
					60

4

X	Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)	
[0,9; 1,8)		1	3	7			11
[1,8; 2,7)		3	2	3			8
[2,7; 3,6)			12	15	3		30
[3,6; 4,5)			3	4	1		8
[4,5; 5,4)					2		2
[5,4; 6,3)						1	1
		4	20	29	6	1	60

5

X	Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)	
[0,9; 1,8)			6	4			10
[1,8; 2,7)		3	2	3		1	9
[2,7; 3,6)		2	15	3	2		22
[3,6; 4,5)			3	12			15
[4,5; 5,4)				2	1		3
[5,4; 6,3)						1	1
		5	26	24	3	2	60

9

X	Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)	
[0,9; 1,8)		1	1				2
[1,8; 2,7)		1	8	5			14
[2,7; 3,6)			4	10	5		19
[3,6; 4,5)				12	9	1	22
[4,5; 5,4)						2	2
[5,4; 6,3)						1	1
		2	13	27	14	4	60

10

X	Y	[0; 0,3)	[0,3;0,6)	[0,6;0,9)	[0,9;1,2)	[1,2;1,5)	
[0,9; 1,8)		10	11	6	2		29
[1,8; 2,7)			3	5	1	1	10
[2,7; 3,6)			8	3	3		14
[3,6; 4,5)					2	1	3
[4,5; 5,4)					1		1
[5,4; 6,3)						3	3
		10	22	14	9	5	60

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Исходные данные для многомерного статистического анализа

Значения признаков

№ п / п	Страна	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(3)}$	$x^{(4)}$	$x^{(5)}$	$x^{(6)}$	$x^{(7)}$	$x^{(8)}$	$x^{(9)}$	$x^{(10)}$	$x^{(11)}$	$x^{(12)}$
1	Австралия	17 800	15	8	7,30	1,90	74	80	16 848	2,3	85	100	1,38
2	Австрия	8000	12	11	6,70	1,50	73	79	18 396	94,0	58	99	0,20
3	Аргентина	33 900	20	9	25,60	2,80	68	75	3408	12,0	86	95	1,30
4	Бангладеш	125 000	35	11	106,00	4,70	53	53	202	800,0	16	35	2,40
5	Беларусь	10 300	13	11	19,00	1,88	66	76	6500	50,0	65	99	0,32
6	Бельгия	10 100	12	11	7,20	1,70	73	79	17 912	329,0	96	99	0,20
7	Бразилия	156 600	21	9	66,00	2,70	57	67	2354	18,0	75	81	1,28
8	Буркина-Фасо	10 000	47	18	118,00	6,94	47	50	357	36,0	15	18	2,81
9	Великобритания	58 400	13	11	7,20	1,83	74	80	15 974	237,0	89	99	0,20
10	Вьетнам	73 100	27	8	46,00	3,33	63	68	230	218,0	20	88	1,78
11	Гаити	6500	40	19	109,00	5,94	43	47	383	231,0	29	53	1,63
12	Германия	81 200	11	11	6,50	1,47	73	79	17 539	227,0	85	99	0,36
13	Гондурас	5600	35	6	45,00	4,90	65	70	1030	46,0	44	73	2,73
14	Гонконг	5800	13	6	5,80	1,40	75	80	14 641	5494,0	94	77	-0,09
15	Египет	60 000	29	9	76,40	3,77	60	63	748	57,0	44	48	1,95
16	Замбия	9100	46	18	85,00	6,68	44	45	573	11,0	42	73	2,80
17	Индия	911600	29	10	79,00	4,48	58	59	275	283,0	26	52	1,90
18	Ирландия	3600	14	9	7,40	1,99	73	78	12 170	51,0	57	98	0,30
19	Испания	39 200	11	9	6,90	1,40	74	81	13 047	77,0	78	95	0,25
20	Италия	58 100	11	10	7,60	1,30	74	81	17 500	188,0	69	97	0,21
21	Канада	29 100	14	8	6,80	1,80	74	81	19 904	2,8	77	97	0,70
22	Китай	1 205 200	21	7	52,00	1,84	67	69	377	124,0	26	78	1,10
23	Колумбия	35 600	24	6	28,00	2,47	69	75	1538	31,0	70	87	2,00
24	Коста-Рика	3300	26	4	11,00	3,10	76	79	2031	64,0	47	93	2,30
25	Куба	11 100	17	7	10,20	1,90	74	78	1382	99,0	74	94	0,95
26	Малайзия	19 500	29	5	25,60	3,51	66	72	2995	58,0	43	78	2,30
27	Марокко	28 600	29	6	50,00	3,83	66	70	1062	63,0	46	50	2,12
28	Мексика	91 800	28	5	35,00	3,20	69	77	3604	46,0	73	87	1,90
29	Нидерланды	15 400	13	9	6,30	1,58	75	81	17 245	366,0	89	99	0,58
30	Новая Зеландия	3524	16	8	8,90	2,03	73	80	14 381	13,0	84	99	0,57
31	Норвегия	4300	13	10	6,30	2,00	74	81	17 755	11,0	75	99	0,40
32	ОАЭ	2800	28	3	22,00	4,50	70	74	14 193	32,0	81	68	4,80
33	Польша	38 600	14	10	13,80	1,94	69	77	4429	123,0	62	99	0,30
34	Португалия	10 500	12	10	9,20	1,50	71	78	9000	108,0	34	85	0,36
35	Россия	149 200	13	11	27,00	1,83	64	74	6680	8,8	74	99	0,20
36	Саудовская Аравия	18 000	38	6	52,00	6,67	66	70	6651	7,7	77	62	3,20
37	Северная Корея	23 100	24	6	27,70	2,40	67	73	1000	189,0	60	99	1,83
38	Сингапур	2900	16	6	5,70	1,88	73	79	14 990	4456,0	100	88	1,20
39	США	260 800	15	9	8,11	2,06	73	79	23 474	26,0	75	97	0,99
40	Таиланд	59 400	19	6	37,00	2,10	65	72	1800	115,0	22	93	1,40
41	Турция	62 200	26	6	49,00	3,21	69	73	3721	79,0	61	81	2,02
42	Украина	51 800	12	13	20,70	1,82	65	75	2340	87,0	67	97	0,05
43	Филиппины	69 800	27	7	51,00	3,35	63	68	867	221,0	43	90	1,92
44	Финляндия	5100	13	10	5,30	1,80	72	80	15 877	39,0	60	100	0,30
45	Франция	58 000	13	9	6,70	1,80	74	82	18 944	105,0	73	99	0,47
46	Чили	14 000	23	6	14,60	2,50	71	78	2591	18,0	85	93	1,70
47	Швейцария	7000	12	9	6,20	1,60	75	82	22 384	170,0	62	99	0,70
48	Швеция	8800	14	11	5,70	2,10	75	81	16 900	19,0	84	99	0,52
49	Эфиопия	55 200	45	14	110,00	6,81	51	54	122	47,0	12	24	3,10
50	ЮАР	43 900	34	8	47,10	4,37	62	68	3128	35,0	49	76	2,60
51	Южная Корея	45 000	16	6	21,70	1,65	68	74	6627	447,0	72	96	1,00
52	Япония	125 500	11	7	4,40	1,55	76	82	19 860	330,0	77	99	0,30

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ 4

Обозначения признаков

$x^{(1)}$ — численность населения (в тыс. чел.);

$x^{(2)}$ — рождаемость (на 1000 чел.);

$x^{(3)}$ — смертность (на 1000 чел.);

(4)

x — младенческая смертность — число детей, умерших в возрасте до 1 г. (на 1000 чел.);

(5)

x — среднее число детей в семье;

$x^{(6)}$ — ожидаемая продолжительность жизни мужчины (в годах);

$x^{(7)}$ — ожидаемая продолжительность жизни женщины (в годах);

$x^{(8)}$ — ВВП на душу населения (в долл. США по покупательной способности валют);

$x^{(9)}$ — плотность населения (количество человек на кв. км);

(10)

x — процент городского населения;

(11)

x — процент грамотных; $x^{(12)}$ — прирост населения (% в год).

Номера признаков для регрессионного анализа

Вариант	Номер результативного признака	Номера факторных признаков (регрессоров)	Вариант	Номер результативного признака	Номера факторных признаков (регрессоров)
1	6	1, 2, 3, 4, 8	19	8	1, 2, 3, 4, 5
2	6	1, 2, 3, 8, 9	20	8	1, 2, 3, 5, 9
3	6	1, 2, 3, 8, 10	21	8	1, 2, 3, 5, 10
4	6	1, 2, 3, 5, 10	22	8	1, 2, 3, 4, 11
5	6	1, 2, 3, 8, 11	23	8	1, 2, 3, 4, 12
6	6	1, 2, 5, 8, 11	24	8	1, 2, 3, 5, 11
7	6	1, 2, 5, 8, 9	25	8	1, 2, 3, 9, 11
8	6	1, 2, 4, 8, 11	26	8	1, 2, 3, 5, 12
9	6	1, 2, 5, 8, 11	27	8	1, 2, 3, 4, 11
10	7	1, 2, 3, 4, 8	28	12	1, 2, 3, 4, 5
11	7	1, 2, 3, 8, 9	29	12	1, 2, 3, 5, 9
12	7	1, 2, 3, 8, 10	30	12	1, 2, 3, 5, 10
13	7	1, 2, 3, 5, 10	31	12	1, 2, 3, 4, 11
14	7	1, 2, 3, 8, 11	32	12	1, 2, 3, 4, 8
15	7	1, 2, 5, 8, 11	33	12	1, 2, 3, 5, 11
16	7	1, 2, 5, 8, 9	34	12	1, 2, 3, 9, 11
17	7	1, 2, 4, 8, 11	35	12	1, 2, 3, 5, 8
18	7	1, 2, 5, 8, 11			

Номера объектов для классификации

Вариант	Номера объектов для классификации	Вариант	Номера объектов для классификации	Вариант	Номера объектов для классификации
1	1 — 20	11	11 — 30	21	21 — 40
2	2 — 21	12	12 — 31	22	22 — 41
3	3 — 22	13	13 — 32	23	23 — 42
4	4 — 23	14	14 — 33	24	24 — 43
5	5 — 24	15	15 — 34	25	25 — 44
6	6 — 25	16	16 — 35	26	26 — 45

7	7 – 26	17	17 – 36	27	27 – 46
8	8 – 27	18	18 – 37	28	28 – 47
9	9 – 28	19	19 – 38	29	29 – 48
10	10 – 29	20	20 – 39	30	30 – 49

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (зачет/экзамен)

Вопросы к зачету

Семестр 1

1. Количественные и категоризованные данные. Основные шкалы измерения.
2. Нечисловые данные. Нечеткие множества – частный случай нечисловых данных.
3. Данные и расстояния в пространствах произвольной природы. Аксиоматическое введение расстояний.
4. Основы вероятностно-статистических методов описания неопределенностей в прикладной статистике.
5. Суть вероятностно-статистических методов.
6. Случайные величины и их распределения.
7. Основные проблемы прикладной статистики – описание данных, оценивание и проверка гипотез.
8. Выборочные исследования. Применение случайной выборки (на примере оценивания функции спроса). Маркетинговые опросы потребителей.
9. Проверка однородности двух биномиальных выборок.
10. Теоретическая база прикладной статистики.

Вопросы к экзамену

Семестр 2

1. Описание данных. Модели порождения данных.
2. Таблицы и выборочные характеристики. Шкалы измерения, инвариантные алгоритмы и средние величины.
3. Вероятностные модели порождения нечисловых данных.
4. Средние и законы больших чисел.
5. Непараметрические оценки плотности.
6. Оценивание. Методы оценивания параметров.
7. Одношаговые оценки. Робастность статистических процедур.
8. Проверка гипотез. Метод моментов проверки гипотез. Неустойчивость параметрических методов отбраковки выбросов.
9. Предельная теория непараметрических критериев.
10. Метод проверки гипотез по совокупности малых выборок.
11. Проблема множественных проверок статистических гипотез.
12. Статистический анализ числовых величин. Оценивание основных характеристик распределения.
13. Методы проверки однородности характеристик двух независимых выборок.

14. Двухвыборочный критерий Вилкоксона.
15. Состоятельные критерии проверки однородности независимых выборок.
16. Методы проверки однородности связанных выборок. Проверка гипотезы симметрии.
17. Многомерный статистический анализ. Коэффициенты корреляции.
18. Восстановление линейной зависимости между двумя переменными. Основы линейного регрессионного анализа.
19. Основы теории классификации. Статистические методы классификации.
20. Методы снижения размерности. Индексы и их применение.
21. Статистика временных рядов.
22. Методы анализа и прогнозирования временных рядов. Оценивание длины периода и периодической составляющей.
23. Метод ЖОК оценки результатов взаимовлияний факторов.
24. Моделирование и анализ многомерных временных рядов. Балансовые соотношения в многомерных временных рядах.
25. Статистика нечисловых данных. Структура статистики нечисловых данных.
26. Теория случайных толерантностей.
27. Теория люсианов. Метод парных сравнений.
28. Статистика нечетких множеств.
29. Статистика нечисловых данных в экспертных оценках.
30. Статистика интервальных данных. Основные идеи статистики интервальных данных.
31. Интервальные данные в задачах оценивания характеристик и параметров распределения.
32. Интервальные данные в задачах проверки гипотез.
33. Линейный регрессионный анализ интервальных данных.
34. Интервальный дискриминантный анализ.
35. Интервальный кластер-анализ.
36. Статистика интервальных данных и оценки погрешностей характеристик финансовых потоков инвестиционных проектов. Место статистики интервальных данных (СИД) в прикладной статистике.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (45-50)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (38-44)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в письменной форме, допуская незначительные

	неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (25-37)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (0-24)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач.